

Pruebas Paramétricas y No paramétricas

Para la comprobación de hipótesis

Pruebas Paramétricas

- Se busca estimar los parámetros de una población en base a una muestra.
- Se conoce el modelo de distribución de la población, presenta variables cuantitativas continuas (medibles).
- Mientras más grande sea la muestra más exacta será la estimación, mientras más pequeña, más distorsionada será la media de las muestras.



Pruebas Paramétricas

Ventajas de las Pruebas Paramétricas

- Tienen más poder de eficiencia
- Más sensibles a los rasgos de los datos recolectados
- Menos posibilidad de errores
- Dan estimaciones probabilísticas bastante exactas



Desventajas de las Pruebas Paramétricas

- Más complicadas de calcular
- Limitaciones en los tipos de datos que se pueden evaluar



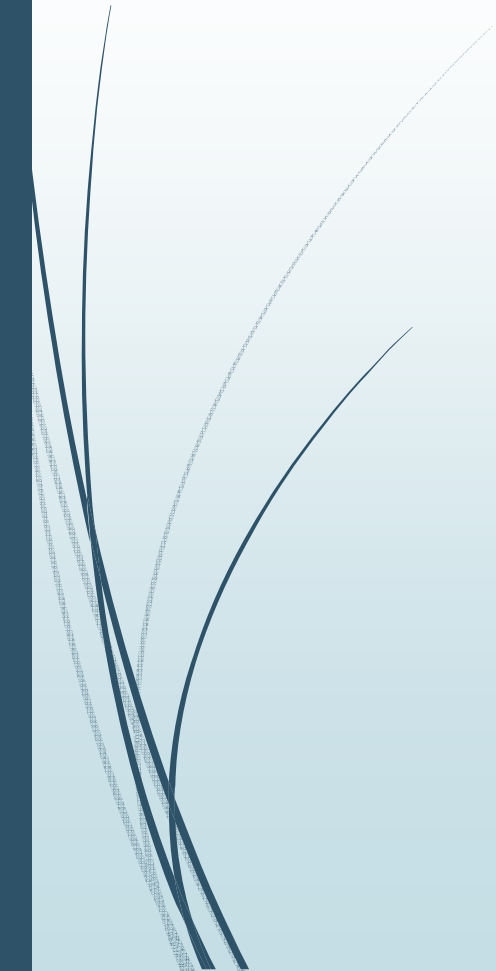
Pruebas Paramétricas

Análisis con variables numéricas:

Análisis	Paramétrico	No paramétrico
Describir un grupo	μ, σ^2	Mediana, rango intercuartil
Comparar un grupo a un valor	T Student de una muestra	Prueba Wilcoxon
Comparar medias en 2 grupos	T Student de dos muestras	Mann-Whitney
Comparar medias en 2 grupos apareados	T Student apareada	Prueba Wilcoxon
Comparar medias en 3 o mas grupos	ANOVA	Kruskal-Wallis
Correlación entre dos variables	Pearson (lineal)	Spearman (monotónica)

Pruebas Paramétricas

TIPO DE VARIABLES	M. INDEPENDIENTES	M. PAREADAS
CUALITATIVA	Prueba z de comparación de proporciones	Test de Mc Nemar
CUALITATIVA	χ^2 de Pearson	
CUALITATIVA (k=2)	t Student-Fisher Análisis de la varianza	t de Student-Fisher Wilcoxon*
CUANTITATIVA	U de Mann-Whitney*	
CUALITATIVA (k > 2)	Análisis de la varianza	Análisis de la varianza
CUANTITATIVA	Kruskal-Wallis*	Friedman*



Pruebas Paramétricas

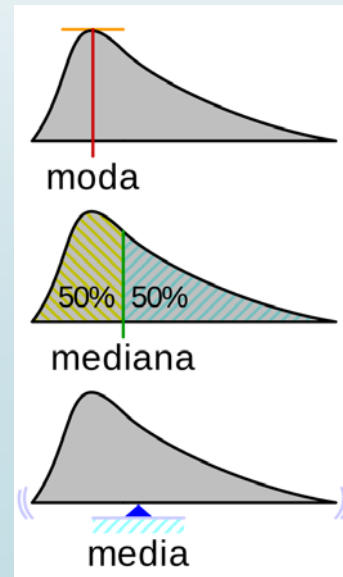
TIPO DE PRUEBAS PARAMETRICAS

- Prueba del valor Z de la distribución normal
- Prueba T de Student para datos relacionados (muestras dependientes)
- Prueba T de Student para datos no relacionados (muestras independientes)
- Prueba T de Student-Welch para dos muestras independientes con varianzas no homogéneas
- Prueba F (análisis de varianza o ANOVA)

Pruebas Paramétricas

Prueba del valor Z de la distribución normal

- Formación de la curva de probabilidad estándar normal (forma de campana)
- Se ubican tres medidas de tendencia central
 - promedio [media aritmética]
 - mediana
 - moda
- Define la desviación estándar.



Pruebas Paramétricas

Prueba del valor Z de la distribución normal

Fórmula

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

Donde:

Z = valor estadístico de la curva normal de frecuencias.

X = cualquier valor de una muestra estadística.

\bar{X} = promedio o media aritmética obtenido de la muestra estadística, valor representativo.

σ = desviación estándar.

Parámetros de estimación

- Media
- Desviación estándar

Pruebas Paramétricas

Prueba del valor Z de la distribución normal

Pasos

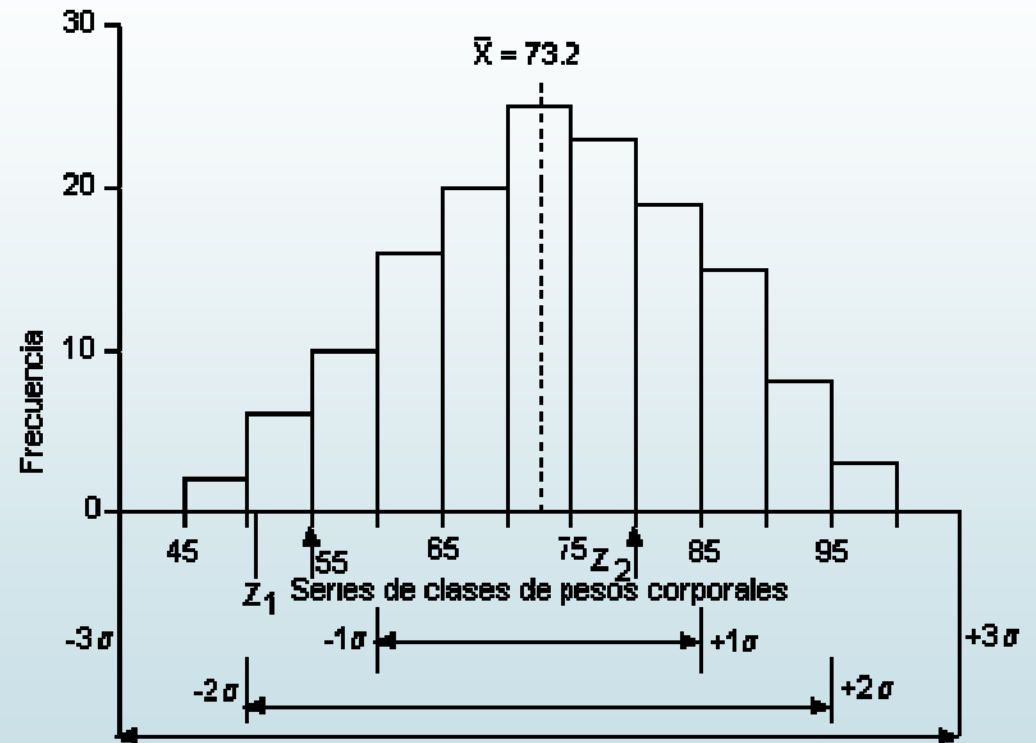
1. Calcular el promedio y la desviación estándar de las observaciones de la muestra en estudio.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

2. Calcular la diferencia que existe con respecto al promedio.
3. Dividir la diferencia calculada entre la desviación estándar obtenida de la muestra en estudio, que corresponde al valor Z.
4. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Pruebas Paramétricas

El significado del valor Z en la curva normal de frecuencias: es el número de desviaciones estándar que se desvían con respecto al promedio o media aritmética.



Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student

Para datos no relacionados (muestras independientes)

Se basan en supuestos teóricos válidos, así las mediciones de las observaciones, tienen procedimientos de gran potencia-eficiencia para evitar error del tipo I

Requisitos para aplicarlas

- Las observaciones deben ser independientes
- poblacionales con distribución normal
- Las mediciones se deben elaborar en una escala de intervalo que tengan la misma magnitud (puedan efectuarse todas las operaciones aritméticas admisibles)
- Las varianzas de los grupos deben ser homogéneas

Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student

Fórmula

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_p \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}$$

Donde:

t = valor estadístico de la prueba t de Student.

\bar{X}_1 = valor promedio del grupo 1.

\bar{X}_2 = valor promedio del grupo 2.

σ_p = desviación estándar ponderada de ambos grupos.

N_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.

N_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

Ecuación para obtener la desviación estándar ponderada:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{SC_1 + SC_2}{N_1 + N_2 - 2}}$$

Donde:

σ_p = desviación estándar ponderada.

SC = suma de cuadrados de cada grupo.

N = tamaño de la muestra 1 y 2.

Pasos

1. Determinar el promedio o media aritmética de cada grupo de población.
2. Calcular las varianzas de cada grupo, a fin de demostrar la homogeneidad de varianzas mediante la prueba de X^2 de Bartlett.
3. Calcular la suma de cuadrados de cada grupo.
4. Calcular la desviación estándar ponderada (σ_p) de ambos grupos.
5. Obtener la diferencia absoluta entre los grupos.
6. Aplicar la fórmula y obtener el valor estadístico de t.
7. Calcular los grados de libertad (gl).
8. Obtener la probabilidad del valor t en la tabla.
9. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student-Welch

- ▶ Para dos muestras independientes con varianzas no homogéneas
- ▶ Prueba estadística de utilidad para contrastar hipótesis en función de la media aritmética
- ▶ Pero dada la heterogeneidad de las varianzas no aplica T student por lo cual se da el agregado de Welch.
- ▶ El agregado de Welch consiste en una ecuación para calcular los grados de libertad, de manera que disminuye el error por la no homogeneidad de las varianzas.

Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student-Welch Ecuación T

- Donde:
t = estadístico equivalente a t de Student.

\bar{X}_1 = media aritmética del grupo 1.

\bar{X}_2 = media aritmética del grupo 2.

- σ^2_1 = varianza del grupo 1.
 σ^2_2 = varianza del grupo 2.
- n_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.
 n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}}$$

Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student-Welch

Cálculo de los grados de libertad

Donde:

σ^2_1 = varianza del grupo 1.

σ^2_2 = varianza del grupo 2.

n_1 = tamaño de la muestra del grupo 1.

n_2 = tamaño de la muestra del grupo 2.

$$gl = \frac{\left(\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{\sigma^2_1}{n_1 - 1}\right)^2}{n_1} + \frac{\left(\frac{\sigma^2_2}{n_2 - 1}\right)^2}{n_2}} - 2$$

Pruebas Paramétricas

Prueba T de Student-Welch

Proceso

- Determinar el promedio, la varianza y el tamaño de la muestra de cada población en el estudio.
- Aplicar la ecuación t .
- Calcular los grados de libertad (gl) de acuerdo con la ecuación dada.
- Comparar el valor de t calculado respecto a los grados de libertad con los valores de t críticos.
- Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Pruebas Paramétricas

Prueba F (análisis de varianza o ANOVA)

- ▶ Potente herramienta estadística
- ▶ Método de análisis estadístico se basa en el estudio de la variación total entre los datos y la descomposición de esta en diversos factores
- ▶ Se puede contestar a la pregunta de si existen diferencias significativas entre las medias de las poblaciones o si, por el contrario, las diferencias encontradas pueden deberse a las limitaciones del muestreo
- ▶ Esta prueba se basa en el estadístico F obtenido de la tabla de ANOVA para la partición de la variabilidad total en variabilidad " entre y dentro " de las muestras.

Pruebas Paramétricas

Prueba F (análisis de varianza o ANOVA)

- Un análisis de varianza (ANOVA) prueba la hipótesis de que las medias de dos o más poblaciones son iguales
- Los ANOVA evalúan la importancia de uno o más factores al comparar las medias de la variable de respuesta en los diferentes niveles de los factores
- La hipótesis nula establece que todas las medias de la población (medias de los niveles de los factores) son iguales mientras que la hipótesis alternativa establece que al menos una es diferente.

Pruebas Paramétricas

Prueba F (análisis de varianza o ANOVA)

- El nombre "análisis de varianza" se basa en el enfoque en el cual el procedimiento utiliza las varianzas para determinar si las medias son diferentes. El procedimiento funciona comparando la varianza entre las medias de los grupos y la varianza dentro de los grupos como una manera de determinar si los grupos son todos parte de una población más grande o poblaciones separadas con características diferentes

Pruebas Paramétricas

Prueba F (análisis de varianza o ANOVA)

- ▶ Por ejemplo, usted diseña un experimento para evaluar la durabilidad de cuatro productos de alfombra experimentales. Usted coloca una muestra de cada tipo de alfombra en diez hogares y mide la durabilidad después de 60 días. Debido a que está examinando un factor (tipo de alfombra), usted utiliza un ANOVA de un solo factor.
- ▶ Si el valor p es menor que el nivel de significancia, entonces usted concluye que al menos una media de durabilidad es diferente.

Pruebas Paramétricas

Pruebas de covariación

- ▶ Correlación de Pearson (paramétrica)
- ▶ Correlación Spearman (no paramétrica)

Pruebas Paramétricas

Pruebas de covariación

- ¿Qué es correlación?
- Un coeficiente de correlación mide el grado en que dos variables tienden a cambiar al mismo tiempo. El coeficiente describe tanto la fuerza como la dirección de la relación

Pruebas Paramétricas

Correlación de Pearson (r)

Relación entre dos variables medidas en un nivel por intervalos o de razón.

Prueba H_1 del tipo de "A mayor X, mayor Y"; "A mayor X, menor Y"; etc

La prueba en si no considera a una como independiente y la otra como dependiente, porque no evalúa la causalidad, solo la relación mutua (correlación).

se calcula a partir de las puntuaciones obtenidas en una muestra de dos variables. Se relacionan las puntuaciones obtenidas de una variable con las puntuaciones obtenidas de otra variable, en los mismos sujetos

Mide niveles de variables de intervalo o de razón es de -1.00 a + 1.00.

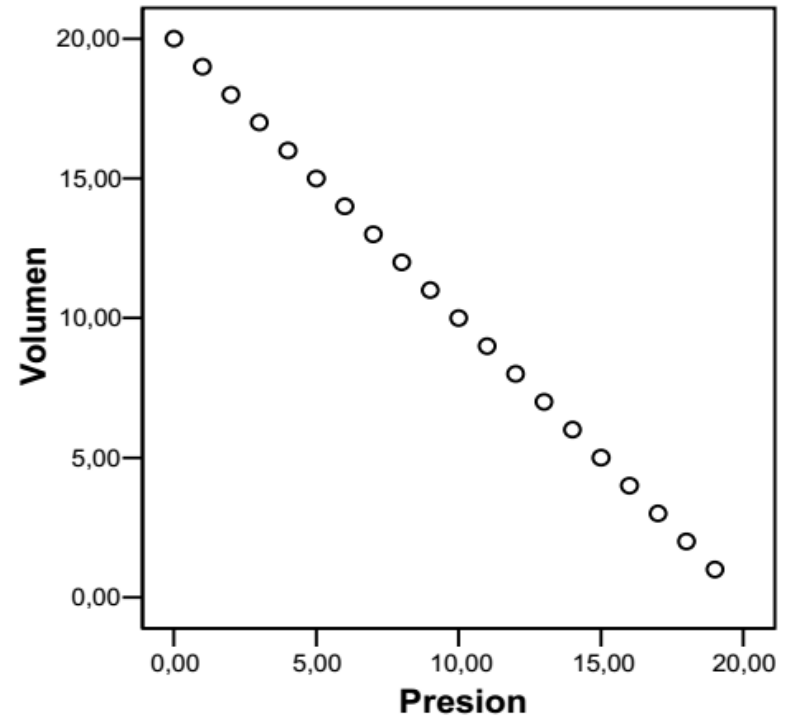
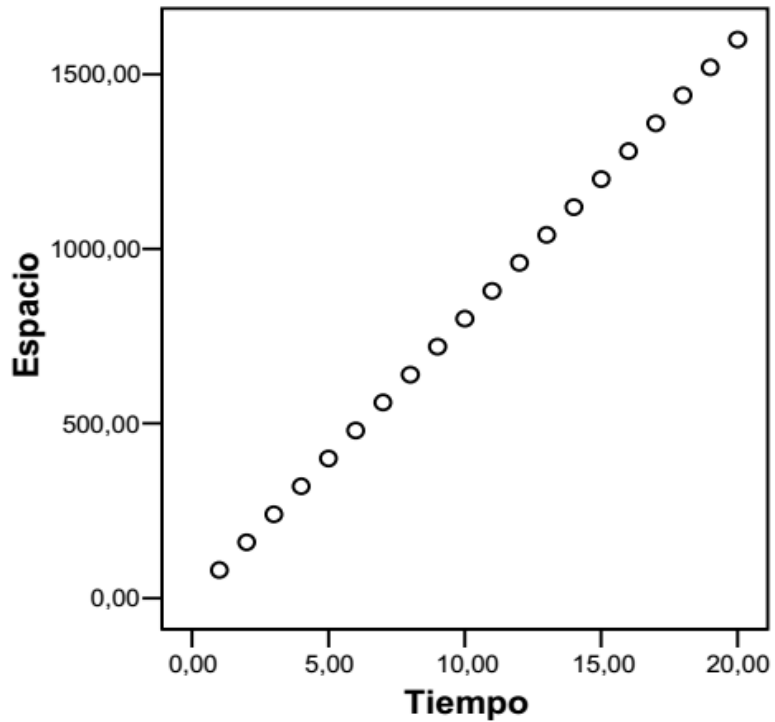
Pruebas Paramétricas

Correlación de Pearson (r)

- Es un índice que mide el grado de covariación entre distintas variables relacionadas linealmente.
- La correlación de Pearson evalúa la relación lineal entre dos variables continuas. Una relación es lineal cuando un cambio en una variable se asocia con un cambio proporcional en la otra variable
- Por ejemplo, usted puede usar una correlación de Pearson para evaluar si los aumentos de temperatura en sus instalaciones de producción están asociados con una disminución en el espesor de las capas de chocolate

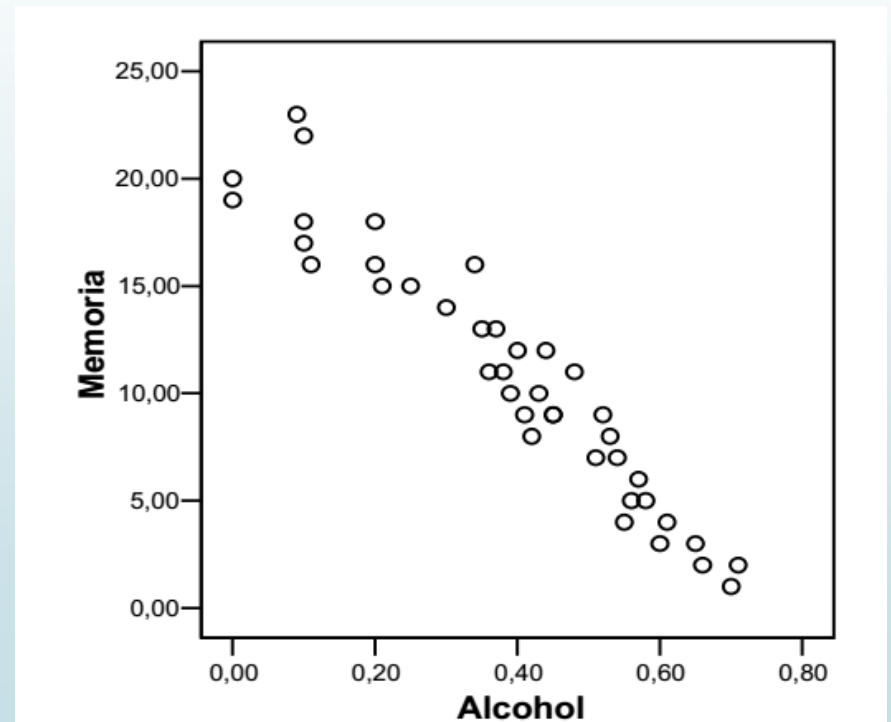
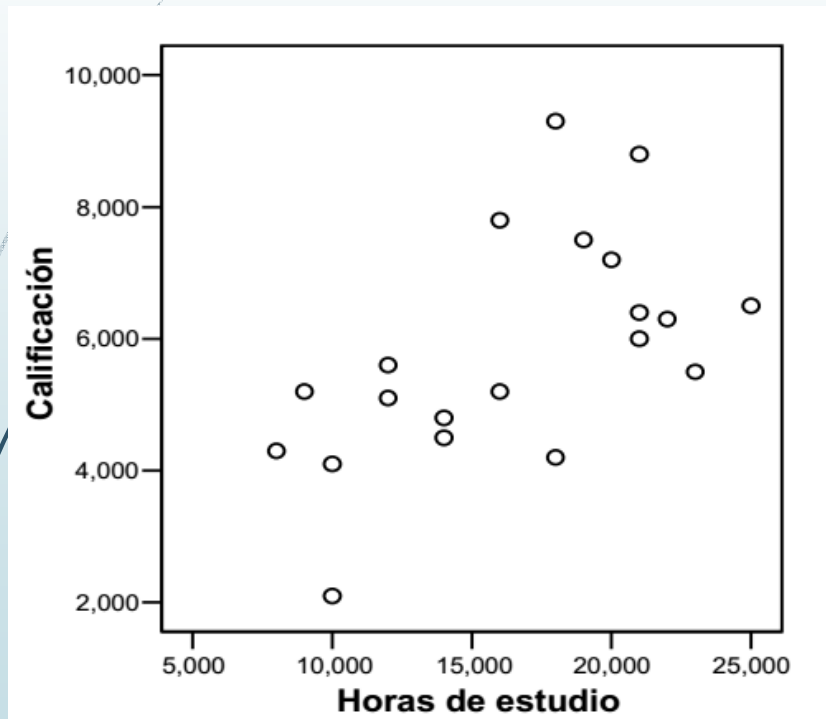
Pruebas Paramétricas

Correlación de Pearson (r)



Pruebas Paramétricas

Correlación de Pearson (r)



Pruebas Paramétricas

Correlación de Pearson (r)

Ejemplo

- Correlación entre la variable "estatura" y "peso" de alumnos de Ing. Comercial en clases el 12.2011. (Calculo obtenido con Excel).

ESTATURA	PESO
1,72	98
1,64	65
1,84	98
1,66	65
1,63	70
1,70	105
1,82	110

r = 0,79

Correlación positiva considerable

Pruebas Paramétricas

Correlación de Spearman (rho)

El coeficiente de correlación de Spearman permite identificar si dos variables se relacionan en una función monótona (es decir, cuando un número aumenta, el otro también o viceversa).

Sigue las instrucciones de nuestro sencillo tutorial para hacer el cálculo a mano o para calcular el coeficiente de correlación en Excel.

El valor del coeficiente puede variar de -1 a +1. Mientras mayor sea el valor absoluto del coeficiente, más fuerte será la relación lineal entre las variables. Un valor absoluto de 1 indica una relación perfecta y un valor de cero indica ausencia de relación.

El hecho de que un valor intermedio se interprete como débil, moderado o fuerte depende de sus metas y requisitos.

Pruebas Paramétricas

Correlación de Spearman (rho)

Ejemplo de la rho de Spearman y la r de Pearson

- Usted analiza la satisfacción de los clientes de un concesionario de vehículos que ofrece tres niveles de servicio para los automóviles nuevos: sin servicio, servicio estándar y servicio premium. Toma una muestra aleatoria de clientes y les pregunta si se sienten insatisfechos, indiferentes o satisfechos con el servicio al cliente. Los datos incluyen dos variables ordinales: paquete de servicio y satisfacción del cliente. Usted desea determinar si existe una asociación entre el nivel de servicio que reciben los clientes y su satisfacción general. Ingresar los datos en la siguiente tabla de dos factores:

Pruebas Paramétricas

Correlación de Spearman (rho)

	Sin servicio	Servicio estándar	Servicio premium
Insatisfecho	162	104	36
Indiferente	99	91	93
Satisfecho	39	105	171

- La rho de Spearman y la r de Pearson para esta tablason ambas 0.424. Usted concluye que existe una asociación positiva entre el nivel de servicio y la satisfacción del cliente: los clientes que eligen un plan de servicio más alto tienden a expresar más satisfacción con esta empresa.

Pruebas Paramétricas

Correlación de Spearman (rho)

- Utilice la rho de Spearman y la r de Pearson para evaluar la asociación entre dos variables que tienen categorías ordinales. Las categorías ordinales tienen un orden natural, como por ejemplo pequeño, mediano y grande.
- El valor del coeficiente puede variar de -1 a +1. Mientras mayor sea el valor absoluto del coeficiente, más fuerte será la relación lineal entre las variables. Un valor absoluto de 1 indica una relación perfecta y un valor de cero indica ausencia de relación. El hecho de que un valor intermedio se interprete como débil, moderado o fuerte depende de sus metas y requisitos.

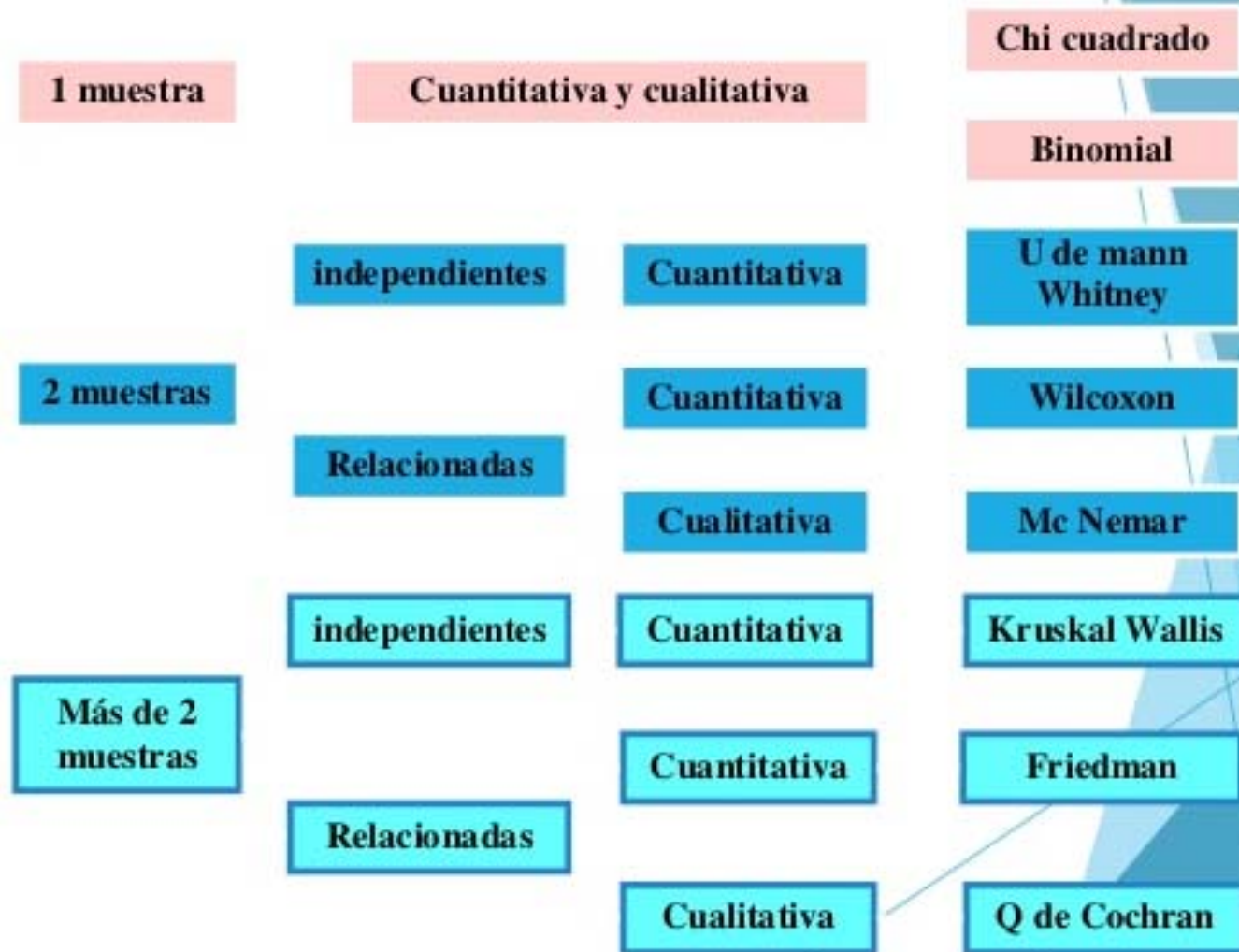
Pruebas No Paramétricas

- ▶ Las pruebas no paramétricas nos permiten analizar datos en escala *nominal* u *ordinal*
- ▶ Se la puede utilizar estas pruebas aun que se desconozca los parámetros de la población en estudio.
- ▶ Utilizada para contrastar con la hipótesis
- ▶ Se utilizada en datos independientes

Tipos de Pruebas no paramétricas NOMINAL

- ▶ Prueba binomial
- ▶ Prueba χ^2 de Pearson para una muestra
- ▶ Prueba χ^2 de Pearson para dos y más muestras independientes
- ▶ Prueba χ^2 de proporciones para tres o más muestras independientes
- ▶ Prueba de probabilidad exacta de Fischer y Yates
- ▶ Prueba de McNemar para muestras dependientes
- ▶ Prueba Q de Cochran para tres o más muestras dependientes
- ▶ Análisis secuencial

ELECCIÓN DE LA PRUEBA NO PARAMÉTRICA



Prueba binomial

- Se encarga de analizar las variables dicotómicas y compara frecuencias observadas en cada categoría.
- La hipótesis nula se la acepta según el nivel de significación de 5% o 1%.
- Depende del valor de probabilidad para determinar la hipótesis su veracidad.

$$P_{xi} = {}_n C_r p^r - q^{(n-r)}$$

P_{xi} = probabilidad de acontecimientos de un evento.

${}_n C_r$ = número de combinaciones.

n = número total de eventos.

r = valor del arreglo esperado.

p = probabilidad de ocurrencia.

q = Probabilidad de no ocurrencia.

Probabilidad ($p+q = 1$)

- ▶ Tener niñas exclusivamente. p
- ▶ Tener dos niñas y dos niños.
- ▶ Tener sólo niños. q

De tener una niña o un niño
es de:

$$0.75 = \frac{3}{4}, \text{ por tanto, } p + q = 1$$
$$0.75 + 0.25 = 1$$



Hipótesis planteadas

Hipótesis alterna (H_a).

- Para concebir sólo hijas o sólo hijos, se determina de forma genética. En tal sentido, poder tener sólo hijos varones tiene una probabilidad muy alta.

Hipótesis nula (H_0).

- Concebir hijos o hijas es una circunstancia dada por el azar.

Zona de rechazo

Para todo valor de probabilidad mayor que 0.05, se acepta H_0 y se rechaza H_a .

$$P_4 = {}_4C_4 p^4 q^0 = \frac{4!}{4! (4-0)!} \times (3/4)^4 \times (1/4)^0 = \frac{81}{256} = 0.316$$

$$P_2 = {}_4C_2 p^2 q^2 = \frac{4!}{2! (4-2)!} \times (3/4)^2 \times (1/4)^2 = \frac{54}{256} = 0.21$$

$$P_0 = {}_4C_0 p^0 q^4 = \frac{4!}{0! (4-0)!} \times (3/4)^0 \times (1/4)^4 = \frac{1}{256} = 0.0039$$

Prueba χ^2 de Pearson

- Esta prueba se la utiliza para el contraste de la hipótesis.
- Su eficacia esta determinada por el tamaño de la muestra.
- Mide la discrepancia entre datos observados y teóricos.
- Evita cometer el error tipo I.
- Se aplica para una o varias categorías

$$\chi^2 = \sum_{N=1}^H \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

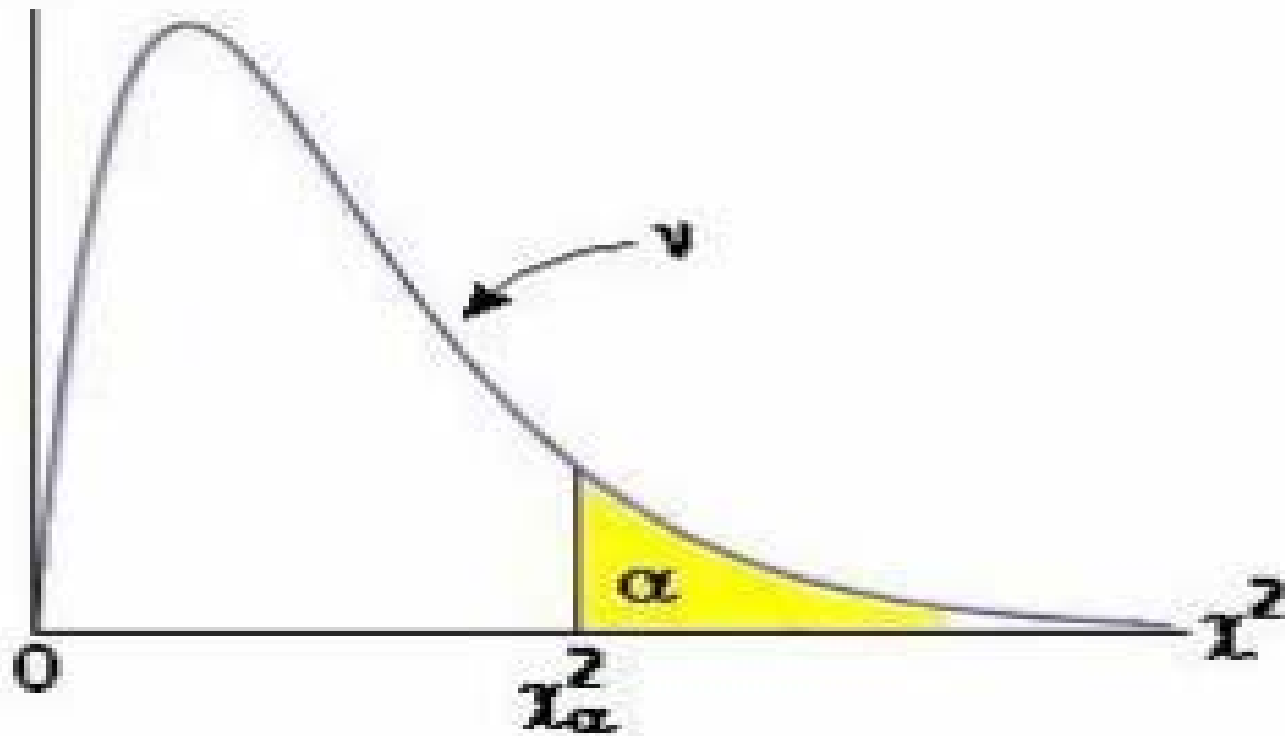
Determinación de la hipótesis

- Una hipótesis se acepta en dependencia del valor tabulado y los grados de libertad.

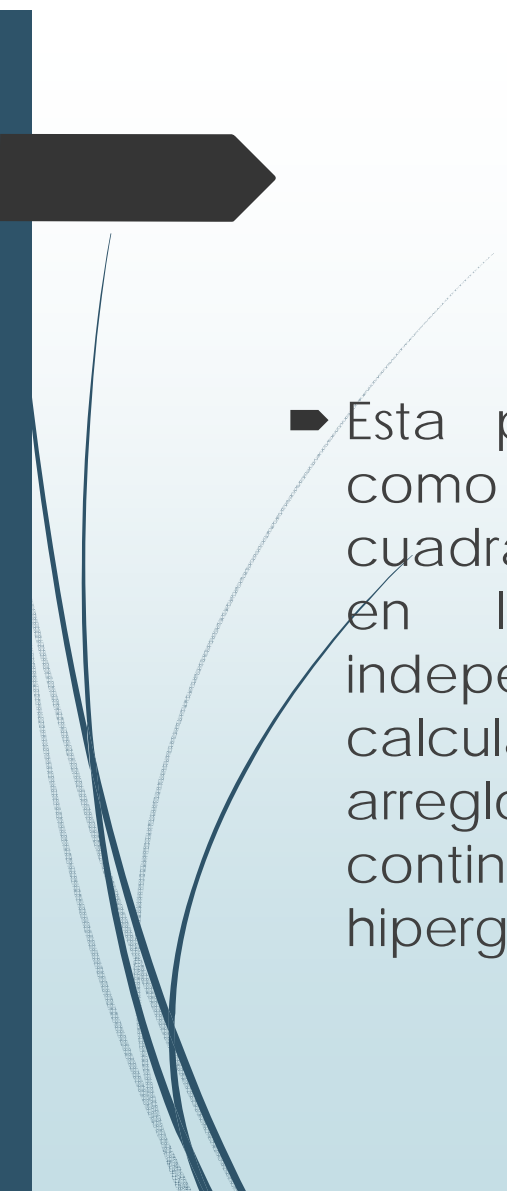
$$gl = (r - 1)(k - 1)$$

- La H_0 se acepta si el valor calculado es menor al tabulado

$$\chi^2 < \chi_t^2 (r - 1)(k - 1)$$



Región de rechazo de H_0



Prueba de probabilidad exacta de Fischer y Yates

- Esta prueba estadística se utiliza frecuentemente como alternativa, cuando no se puede aplicar la ji cuadrada de Pearson. Es un procedimiento más eficaz en la escala nominal con dos muestras independientes. La razón de esto se basa en que se calcula directamente la probabilidad de una serie de arreglos de frecuencias observadas en una tabla de contingencia de 2×2 , dada en una distribución hipergeométrica.

Prueba de probabilidad exacta de Fischer y Yates

► Ecuación

$$p = \frac{(A + B)! \times (C + D)! \times (A + C)! \times (B + D)!}{GT! A! B! C! D!}$$

Donde:

P = Probabilidad exacta de Fisher & Yates. Este es el nivel de probabilidad calculada del modelo.

A, B, C y D son las observaciones de las celdas de la Tabla.

GT = Gran total

! = Signo de factorial

Grupo Terapéutico	No Baja de peso	Baja de peso	Total
Nueva técnica terapéutica	1	6	7
Técnica usada regularmente	6	2	8
Total	7	8	15

Prueba de probabilidad exacta de Fischer y Yates

Pasos:

1. Arreglar las frecuencias observadas en una tabla de contingencia 2×2 .
2. Obtener los totales de las hileras ($A + B$) y ($C + D$) y de las columnas: ($A + C$) y ($B + D$), así como el gran total (GT).
3. Obtener los valores factoriales de los totales de hileras y columnas y después multiplicarlos.
4. Calcular los factoriales del gran total y multiplicar éste por todos los factoriales de cada casilla de la tabla de contingencia.
5. Dividir el primer valor de producto de factoriales entre el segundo. Este resultado es la probabilidad exacta de Fischer y Yates.
6. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis, en función de la probabilidad.



Prueba de McNemar para muestras dependientes

- ▶ La prueba de McNemar se utiliza para decidir si puede o no aceptarse que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta dicotómica o dicotomizada de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control.
- ▶ Los resultados correspondientes a una muestra de n elementos se disponen en una tabla de frecuencias 2×2 para recoger el conjunto de las respuestas de los mismos elementos antes y después.

Prueba de McNemar para muestras dependientes

► Ecuación

$$X^2 = \frac{((A - D) - 1)^2}{A + B}$$

		Después del lavado de manos	
		-	+
Antes del lavado de manos	-	16	18
	+	12	4

Donde:

X² = cuadrada de la prueba de McNemar
A, B y D = son las observaciones de las celdas de la Tabla
-1 = corrección de continuidad

Prueba de McNemar para muestras dependientes

Pasos:

1. Arreglar los datos en función de una tabla de contingencias 2 X 2
2. Aplicación de la ecuación de McNemar, la cual da a entender la diferencia existente entre las casillas A y D, que son los cambios realizados en el experimento: restar 1 (corresponde a la corrección de continuidad), elevarlo al cuadrado y dividirlo entre la sumatoria de A + D. Esto representa el valor de ji cuadrada de la prueba de McNemar.
3. Calcular los grados de libertad, que como es obligado para este procedimiento, siempre serán iguales a uno.
4. Comparar el valor estadístico calculado para valores críticos de ji cuadrada.
5. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Prueba Q de Cochran para tres o más muestras dependientes

- ▶ La prueba Q de Cochran es una técnica estadística, extensión de la prueba de McNemar, que se utiliza en los modelos experimentales con tres o más muestras dependientes o relacionadas entre sí, es decir, esta población sirve como su propio control, en el que existe un período previo y otro ulterior; además, el tipo de escala debe ser nominal.
- ▶ El valor calculado en la prueba Q de Cochran se distribuye igual que la ji cuadrada, por lo cual el símbolo utilizado será χ^2_Q .

Prueba Q de Cochran para tres o más muestras dependientes

$$X^2_Q = \frac{(K - 1) [K \sum G_n^2 - (\sum G_n)^2]}{K \sum L_c - \sum L_c^2}$$

Ecuación

Identidad de la rata	Tratamiento 1	Tratamiento 2	Tratamiento 3	Tratamiento 4	Lc	Lc ²
1	0	0	1	0	1	1
2	1	1	1	0	3	9
3	0	1	1	0	2	4
4	0	1	1	1	3	9
5	1	0	1	1	3	9
6	1	1	0	0	2	4
7	1	0	0	1	2	4
8	0	1	1	1	3	9
9	0	0	1	0	1	1
10	0	0	0	1	1	1
11	1	0	1	0	2	4
12	0	0	1	0	1	1
13	0	0	1	0	1	1
14	1	0	1	1	3	9
15	0	1	1	1	3	9
Σ Gn	6	6	12	7	Σ Lc 31	Σ Lc² 75

Donde:

X²Q = estadístico ji cuadrada de la prueba Q de Cochran.
 K = número de tratamientos.
 G_n = número total de respuestas de cambio de cada tratamiento o columna.
 L_c = número total de respuestas de cambio por individuo de la muestra o hileras.

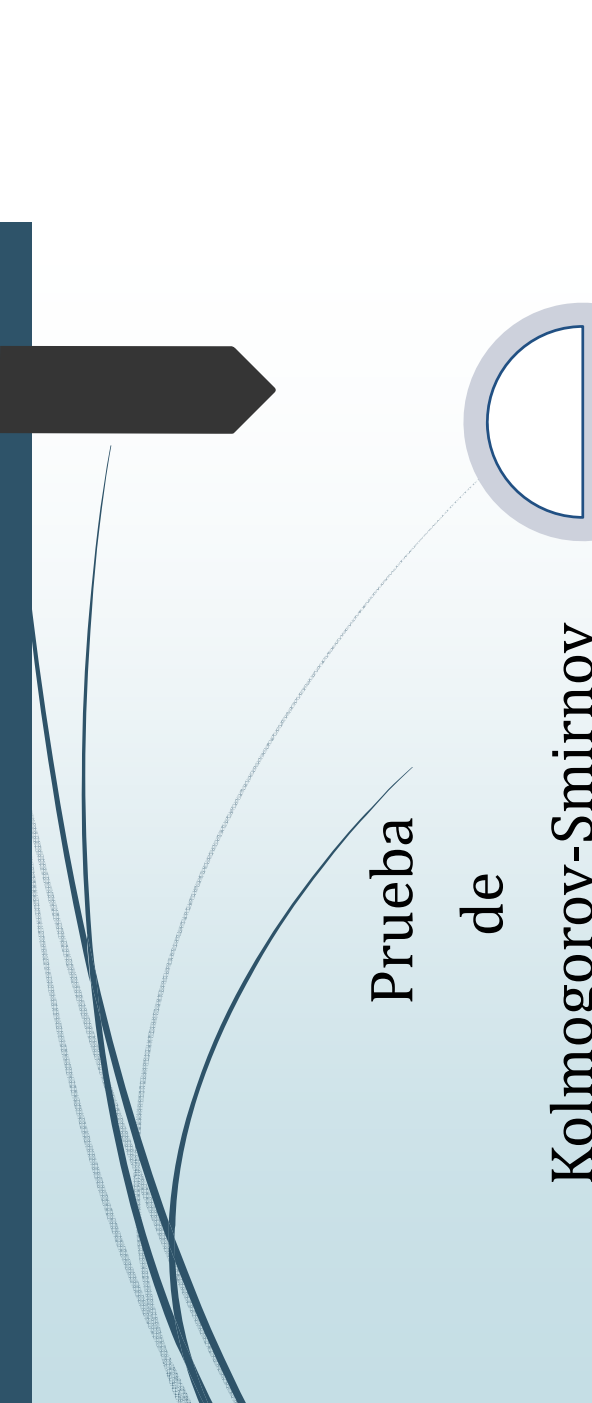
Prueba Q de Cochran para tres o más muestras dependientes

Pasos:

1. Arreglar la muestra individualmente con sus respuestas de cambio.
2. Efectuar las sumatorias de cambios por cada tratamiento o columna (G_n y $S G_n$).
3. Efectuar la sumatoria de cambios por cada hilera y elevarla al cuadrado y, a su vez, las sumatorias de éstas ($S L_c$ y $S L_c^2$).
4. Aplicar la fórmula de la prueba Q de Cochran, de modo que se obtenga el valor X^2_Q .
5. Calcular los grados de libertad (gl) con K tratamientos -1.
6. Comparar el estadístico X^2_Q obtenido con respecto a los gl en la distribución de ji cuadrada.
7. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Tipos de Pruebas no paramétricas ORDINAL

- Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra
- Prueba de U Mann-Whitney para dos muestras independientes
- Prueba de Wilcoxon de rangos señalados y pares igualados para dos muestras dependientes
- Análisis de varianza de una entrada de Kruskal-Wallis para más de dos muestras independientes
- Análisis de varianza de doble entrada por rangos de Friedman para más de dos muestras dependientes



Prueba

de

Kolmogorov-Smirnov



Es un procedimiento de "bondad de ajuste", que permite medir el grado de concordancia existente entre los valores de las funciones de distribución, tanto en la muestra, como la que teóricamente se derivaría de la población que se ha explicitado en la hipótesis nula.

Ejemplo: Muchas pruebas paramétricas requieren que las variables se distribuyan de forma normal. La prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra se puede utilizar para comprobar si una variable (por ejemplo notas) se distribuye normalmente.



**Hipótesis
a
contrastar**

H0: Los datos analizados siguen una distribución M.

H1: Los datos analizados no siguen una distribución M

El estadístico de Kolmogorov-Smirnov consiste en la máxima distancia observada entre ambas funciones de distribución.

$$D = \sup |F_n(x_i) - F_0(x_i)|$$

D es la mayor diferencia absoluta observada entre la frecuencia acumulada observada $F_n(x_i)$ y la frecuencia acumulada teórica $F_0(x_i)$, obtenida a partir de la distribución de probabilidad que se especifica como hipótesis nula.

Donde:



- x_i es el i-ésimo valor observado en la muestra (cuyos valores se han ordenado previamente de menor a mayor).
- $F_n(x_i)$ Es un estimador de la probabilidad de observar valores menores o iguales que x_i .
- $F_0(x_i)$ Es la probabilidad de observar valores menores o iguales que x_i cuando H_0 es cierta.

Si los valores observados $F_n(x_i)$ son similares a los esperados $F_0(x_i)$, el valor de D será pequeño. Cuanto mayor sea la discrepancia entre la distribución empírica $\hat{F}_n(x_i)$ y la distribución teórica, mayor será el valor de D.

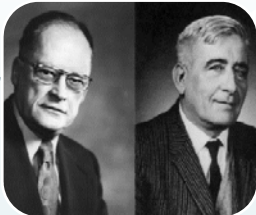
Criterio para la toma de la decisión entre las dos hipótesis

- Si $D \leq D_\alpha \Rightarrow$ Aceptar H_0
- Si $D > D_\alpha \Rightarrow$ Rechazar H_0

Hipótesis a contrastar

- ✓ H_0 : Los datos analizados siguen una distribución M.
- ✓ H_1 : Los datos analizados no siguen una distribución M

Prueba no paramétrica: U de Mann-Whitney para muestras independientes



Este estadístico, introducido simultáneamente por Mann y Whitney en 1947, se utiliza para contrastar si dos muestras, extraídas independientemente, proceden de la misma población

El único supuesto preciso es que la población o poblaciones de que se han extraído las muestras, sean de tipo continuo, pero no requiere simetría.

Compara las diferencias entre dos medianas, por lo que se basa en rangos en lugar de en los parámetros de la muestra (media, varianza).

Se emplea cuando los datos no siguen la distribución normal, en lugar del test de la t de Student (paramétrico).



Requisitos



- Variable cuantitativa que no cumple los requisitos de normalidad y/o homogeneidad de varianzas, o variable semi cuantitativa.
- Muestras independientes y al azar.

Hipótesis nula


La hipótesis nula del contraste es que las dos muestras, de tamaño n_1 y n_2 , respectivamente, proceden de poblaciones continuas idénticas:

$$H_0 = f_1(x) = f_2(x)$$

Hipótesis alternativa

Contraste de dos cola: establece que existen diferencias entre las medianas (M) de los dos grupos considerados, sin presuponer cuál de las dos medianas es mayor que la otra

Contraste de una cola: establece que existen diferencias entre las medianas de los grupos considerados, presuponiendo que una de las dos medianas es mayor que la otra.



Procedimiento de cálculo: El estadístico de prueba U de Mann-Whitney se construye a partir de la suma de rangos de una de las muestras, R_i , elegida arbitrariamente:

arbitrariamente:

estadístico de prueba U de Mann-Whitney se construye a partir de la suma de rangos de una de las muestras, R_i , elegida arbitrariamente:



Ordenar

- Se ordenan todos los datos (juntando los dos grupos) en orden creciente. El rango de cada dato será el número de orden que le corresponde a cada dato.

Sumar

- Se suman los rangos de cada uno de los inventarios (grupos) y se calcula la suma de los rangos de los datos de cada uno de los grupos (R_1 y R_2)

Calcular

- Se calculan los estadísticos U_1 y U_2
- $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$
- Donde n es el tamaño de muestra del grupo 1 o 2

U_{cal}

- Se obtiene el estadístico U_{cal} escogiendo el valor más grande entre U_1 y U_2

Comparación

- Se comprueba la significación estadística del estadístico U_{cal} comparando este valor con el valor de un estadístico $U_{crít}$ obtenido a partir de las tablas correspondientes.

Hipótesis

- Si $U_{cal} \geq U_{crít}$ ($\alpha=0.05$ o inferior) se rechaza H_0 y se acepta H_1 (las medianas son diferentes)

Hipótesis

- Si $U_{cal} < U_{crít}$ ($\alpha=0.05$) se acepta H_0 y se rechaza H_1 (las medianas son iguales)

Prueba de Wilcoxon de rangos señalados y pares igualados para dos muestras dependientes

-Es un equivalente de la prueba T- Student

-Es un tipo de medición que se utiliza cuando el tipo de medición no cumple con los requisitos del T- Student

Se aplica para muestras pequeñas mayores que 6 y menores que 25

Se utiliza cuando :

- Trabaja con datos de tipo ordinal.
- Establece diferencias de magnitudes (+ y -).
- Dos muestras apareadas.
- Establece las diferencias ¹.
- Con muestras grandes (> 25) se intenta lograr la distribución normal (se utiliza la prueba Z).



Pasos:

1. Arreglar las observaciones pareadas y obtener las diferencias de cada pareja.
2. Arreglar las diferencias en función de rangos como valores absolutos, sin importar el signo, pero de manera que los rangos conserven el signo correspondiente a la diferencia.
3. Obtener la sumatoria de los rangos cuyo signo es el menos frecuente, por ejemplo: si el signo es +, se considerará para efectuar sumatorias; sin embargo, la sumatoria mencionada finalmente pierde el signo.
4. Si se trata de muestras pequeñas, comparar el valor obtenido con los valores críticos de la tabla de Wilcoxon.
5. Distribuir las muestras mayores que 25 bajo la curva normal y, por tanto, calcular el valor Z, en referencia al cual se debe consultar la probabilidad de diferir con respecto al promedio en la tabla de probabilidades asociadas.
6. Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Análisis de varianza de una entrada de Kruskal-Wallis

- ▶ Entrada simple de Kruskal-Wallis es una extensión de la prueba de U Mann-Whitney, en razón de que se usan rangos para su aplicación.
- ▶ Este procedimiento se emplea cuando el modelo experimental contiene más de dos muestras independientes.

Donde:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \frac{\sum \frac{\sum R_{ci}^2}{n_i} - 3(N+1)}{L}$$

H = valor estadístico de la prueba de Kruskal-Wallis.

N = tamaño total de la muestra.

Rc2 = sumatoria de los rangos elevados al cuadrado.

ni = tamaño de la muestra de cada grupo.

L = ajuste dado por el ajuste de ligas o empates de los rangos

El ajuste L se calcula de la manera siguiente:

$$L = 1 - \frac{\sum (Li^3 - Li)}{N^3 - N}$$

Donde:

- Li = valor de número de empates de un rango.
- N = tamaño total de la muestra.



Se utiliza cuando:

- Cuando son diferentes tratamientos o condiciones.
- Muestras pequeñas.
- Se utiliza escala ordinal.
- Si las muestras se seleccionaron de las diferentes poblaciones.
- Contrastar hipótesis (direccional o no direccional)

Pasos:

- Ordenar las observaciones en rangos de todos los grupos, del más pequeño al mayor.
- Asignar el rango para cada observación en función de cada grupo de contraste, elabora la sumatoria de rangos, elevar al cuadrado este valor y dividirlo entre el número de elementos que contiene (n_i).
- Detectar las ligas o empates entre los rangos de cada grupo y aplicar la ecuación (L) para obtener el ajuste.
- Aplicar la ecuación de Kruskal-Wallis y obtener el estadístico H.
- Calcular los rangos de libertad (gl): $gl = K \text{ grupos} - 1$.
- Comparar el estadístico H, de acuerdo con los grados de libertad, en la tabla de distribución de ji cuadrada en razón de distribuirse de forma similar.
- Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis.

Análisis de varianza de doble entrada por rangos de Friedman para más de dos muestras dependientes

- Es complementario del procedimiento de análisis de varianza de una entrada de Kruskal-Wallis.
- En ambos se supone que las observaciones no tienen una distribución normal, pero tienden a ubicarse en una escala de intervalo. Por ello, los datos se reordenan en una escala ordinal.

$$X_r^2 = \frac{12}{H K (K + 1)} \Sigma R_c^2 - 3H (K + 1)$$

Donde:

X_r^2 = estadístico calculado del análisis de varianza por rangos de Friedman.

H = número de hileras.

K = número de columnas.

ΣR_c^2 = suma de rangos por columnas al cuadrado

dependientes o



Se utiliza cuando:

- Trabaja con datos ordinales.
- Sirve para establecer diferencias.
- Se utiliza para más de tres tratamientos.
- Las muestras son sacadas de la misma población.
- Para muestras pequeñas: $K = 3 - 4$ y $H = 2 - 9$; para muestras grandes: $K = 3 - 4$ y $H = > 9$.
- Asignar al azar a los sujetos a cada condición.
- Muestras igualadas (igual número de sujetos en cada condición).
- Se asignan rangos por condición.
- Se trabaja con tablas de doble entrada.



Pasos:

- Ordenar las observaciones en función de los cambios advertidos después del tratamiento o tratamientos.
- Asignar rangos del dato más pequeño al mayor en función de las hileras.
- Efectuar la sumatoria de los rangos en función de las columnas S_{Rc} y elevarlos al cuadrado S_{Rc}^2 .
- Aplicar la fórmula de análisis de varianza de doble entrada por rangos de Friedman.
- Comparar el valor de X^2_r de Friedman con las tablas de valores críticos de probabilidad propia, cuando la muestra es pequeña. En caso de muestras grandes, utilizar las tablas de valores críticos de χ^2 cuadrada de Pearson.

RESUMEN

1

- Se plantea la hipótesis nula y alternativa

2

- Se define el estadístico de prueba

3

- Se formula la regla de decisión

4

- Se toma una muestra y se decide

5

- Se rechaza H_0 o se acepta la H_a o viceversa

